

**ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ  
ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

**1. Общие сведения**

1.	Кафедра	Математики, физики и информационных технологий
2.	Направление подготовки	01.03.02 Прикладная математика и информатика
3.	Направленность (профиль)	Системное программирование и компьютерные технологии
4.	Дисциплина (модуль)	Б1.О.14.02 Дискретная математика
5.	Форма обучения	очная
6.	Год набора	2023

**2. Перечень компетенций**

– <b>ОПК-1:</b> Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности
---

### 3. Критерии и показатели оценивания компетенций на различных этапах их формирования

Этап формирования компетенции (разделы, темы дисциплины)	Формируемая компетенция	Критерии и показатели оценивания компетенций			Формы контроля сформированности компетенций
		Знать:	Уметь:	Владеть:	
Функции алгебры логики	ОПК-1	основные понятия, теоремы и факты теории булевых функций,	решать типовые задачи на булевы функции, минимизацию ДНФ	алгоритмами минимизации ДНФ	Решение задач
Графы	ОПК-1	основные понятия и теоремы теории графов	решать типовые задачи теории графов	способами анализа графов	Коллоквиум
Элементы комбинаторики	ОПК-1	основные понятия комбинаторики	решать типовые задачи комбинаторики	главными смысловыми аспектами понятий комбинаторики	Коллоквиум
Элементы теории кодирования	ОПК-1	основные понятия и теоремы теории кодирования	решать типовые задачи теории кодирования;	алгоритмами Хаффмена и Фано	Решение задач
Грамматики и автоматы	ОПК-1	основные понятия и теоремы формальных грамматик и автоматов	решать типовые задачи на КС-грамматики, автоматы, регулярные выражения	методами использования формальных грамматик и автоматов в практике программирования.	Коллоквиум
Основы теории алгоритмов	ОПК-1	основные понятия и теоремы теории алгоритмов.	решать типовые задачи теории алгоритмов	главными смысловыми аспектами доказательств	Коллоквиум

**Шкала оценивания в рамках балльно-рейтинговой системы:** «неудовлетворительно» – 60 баллов и менее; «удовлетворительно» – 61-80 баллов; «хорошо» – 81-90 баллов; «отлично» – 91-100 баллов

## 4. Критерии и шкалы оценивания

### 4.1 Решение задач

- 20 баллов выставляется, если студент решил все рекомендованные задачи.
- 16-19 баллов выставляется, если студент решил не менее 80% рекомендованных задач.
- 8-15 баллов выставляется, если студент решил не менее 40% рекомендованных задач.
- 0-7 баллов - если студент выполнил менее 40% задания.

### 4.2 Коллоквиум

- 10-13 баллов выставляется, если студент ответил на все основные и дополнительные вопросы.
- 7-9 баллов выставляется, если студент ответил на все основные вопросы, но опустил некоторые важные детали.
- 4-6 балла выставляется, если студент ответил на половину вопросов.
- 0-3 баллов - если студент не ответил на вопросы или ответил частично.

## 5. Типовые контрольные задания и методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

### 5.1 Типовые контрольные задания на решение задач

#### Задание 1.

**Задача 1.** Система булевых функций  $F = \{f, g, h\}$  такова, что  $f \notin L$ ,  $f \notin P_0 \cap P_1$ ,  $g \in M$ ,  $g \notin L$ ,  $f \rightarrow g = 1$ ,  $f \vee h = 1$ . Доказать, что  $F$  полна.

**Задача 2.** Дано множество булевых функций  $F = \{0, 1, x+y+z, xy+xz+yz, xy+z, x \vee y\}$ .

Найти все подмножества  $F$ , являющиеся базисами.

**Задача 3.** Для ДНФ  $\varphi$  известны все ее простые импликанты:

$x_2x_4$ ,  $x_0x_1x_4$ ,  $x_3x_4$ ,  $x_0x_2x_3$ ,  $x_0x_1x_2$ ,  $x_0x_1x_4$ ,  $x_1x_2x_3$ ,  $x_0x_1x_3$ .

Вычислить ядро этой ДНФ.

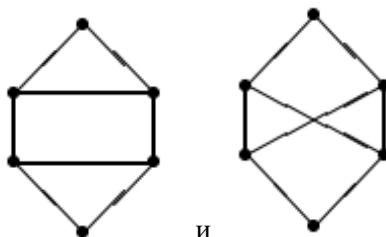
**Задача 4.** С помощью карт Карно найти все минимальные ДНФ для

$x_0x_2x_3 \vee x_0x_2x_3' \vee x_2x_3' \vee x_0'x_2 \vee x_1x_2x_3 \vee x_1x_2x_3' \vee x_1'x_2x_3' \vee x_0'x_1 \vee x_1x_2x_3$

**Задача 5.** Доказать, что булевы функции  $+$  и  $\cdot$  образуют базис класса  $P_0$  (т.е. что любую функцию класса  $P_0$  можно выразить через  $+$  и  $\cdot$ , но только  $+$  или только  $\cdot$  для этого недостаточно).

#### Задание 2.

**Задача 1.** Пусть  $G_1$  и  $G_2$  – два графа с одним и тем же множеством вершин. Пусть для любых различных вершин  $x, y$  ребро  $\{x, y\}$  принадлежит хотя бы одному из этих графов. Доказать, что хотя бы один граф  $G_1$  или  $G_2$  является связным.



**Задача 2.** Доказать, что графы и не изоморфны.

**Задача 3.** Доказать, что если в простом графе (без петель и кратных ребер) все вершины имеют разные степени, то в этом графе только одна вершина.

**Задача 4.** Доказать, что если в простом графе (нет петель и кратных ребер) все вершины имеют степень не меньше чем 3, то в этом графе есть цикл длины не меньше чем 4.

#### Задание 3.

**Задача 1.** Возможно ли для длин  $\{2,3,3,3,4,4,4,5,5,5,5\}$  элементарных кодов для символов алфавита  $\{a,b,c,d,e,f,g,h,i,j,k\}$  построить префиксное разделимое бинарное кодирование? Если да, построить такое кодирование.

**Задача 2.** С помощью алгоритма Хаффмена построить оптимальное алфавитное префиксное бинарное кодирование символов алфавита  $\{a,b,c,d,e,f,g,h\}$  для следующего распределения вероятностей этих символов  $P=\{0.11, 0.11, 0.14, 0.1, 0.16, 0.21, 0.1, 0.07\}$ .

**Задача 3.** С помощью алгоритмов Хаффмена и Фано построить алфавитное префиксное бинарное кодирование символов алфавита  $\{a,b,c,d,e,f,g,h\}$  для следующего распределения вероятностей этих символов  $P=\{0.1, 0.11, 0.1, 0.31, 0.07, 0.1, 0.07, 0.14\}$ . Сравнить цену кодирования результатов.

**Задание 4.**

**Задача 1.** На языке Бэкуса-Наура определить множество натуральных чисел как цепочек знаков  $\{0,1,\dots,9\}$ , у которых первый знак – не ноль.

**Задача 2.** Найти КС-грамматику, порождающую язык  $\{a^n b^m a^m b^n \mid n \geq 0, m \geq 0\}$ .

**Задача 3.** Описать язык, порождаемый грамматикой с правилами  $S \rightarrow 10S0 \mid \varepsilon$

**Задача 4.** Найти  $\varepsilon$ -свободную грамматику, эквивалентную грамматике

$S \rightarrow \varepsilon, S \rightarrow aSbS$

**Задача 5.** Найти КС-грамматику, эквивалентную данной и без цепочных правил.

$S \rightarrow 1A0 \mid B0$

$A \rightarrow 1A \mid C$

$B \rightarrow B0 \mid C$

$C \rightarrow 1C0 \mid \varepsilon$

**Задача 6.** Построить регулярную грамматику для идентификаторов. Идентификатор состоит из букв, цифр и символов "\_" и начинается обязательно с буквы.

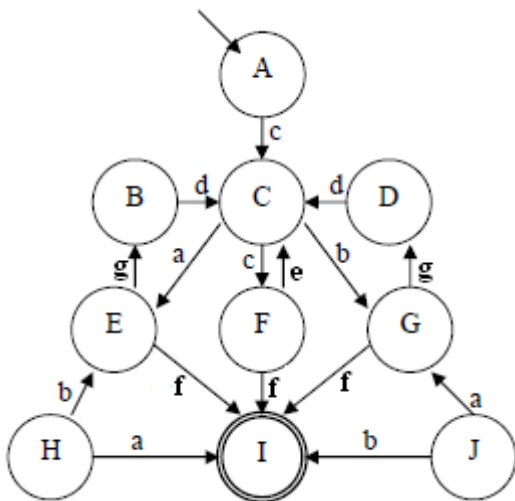
**Задача 7.** Построить регулярную грамматику, генерирующую регулярное выражение  $(101)^*(010)^*$

**Задание 5.**

**Задача 1.** Построить минимальный детерминированный автомат, который распознает множество слов алфавита  $\{a,b,c\}$ , в которых для каждого вхождения букв  $a,b$ , где  $a$  стоит левее  $b$ , имеется хотя бы одно вхождение буквы  $c$ , стоящее между этими  $a$  и  $b$ .

**Задача 2.** Построить конечный автомат, распознающий цепочки в алфавите  $\{a, b\}$ , в которых символ  $a$  не встречается два раза подряд.

**Задача 3.** Построить минимальный автомат, эквивалентный



**Задание 6.**

**Задача 1.** Написать машину Тьюринга, выполняющую операцию

$$01^x q_1 01^y 0 \mid \Rightarrow 01^x q_0 01^x 0$$

**Задача 2.** Рассматривается класс машин Тьюринга, работающих на неограниченной вправо и влево ленте, и использующих в качестве символов внешнего алфавита только  $0,1$ . Доказать, что не существует алгоритма, который по произвольной машине Тьюринга  $M$  определяет, верно или нет, что  $M$ , стартуя с пустой ленты, хотя бы раз переходит в состояние  $q_2$ .

**Задача 3.** Доказать, что функция  $f(x,y) = x^y$  примитивно рекурсивна (считать, что  $0^0=0$ ).

**Задача 4.** Написать машину Тьюринга, правильно вычисляющую  $f(x)=x/2$  при четном  $x$ .

## 5.2 Вопросы к коллоквиуму

### *Вопросы к коллоквиуму 1 в семестре 1.*

1. Булевы функции. Выразимость функций алгебры логики.
2. Полные системы функций. Объяснить полноту  $\&, \vee, ' , \neg$ .
3. Замкнутые классы.
4. Классы  $P_0, P_1, S$ .
5. Класс монотонных функций  $M$ .
6. Полиномы Жегалкина. Способ находить полином по таблице.
7. Полиномы Жегалкина. Класс  $L$ .
8. Замыкание класса функций.
9. Теорема Поста.
10. Предполные классы Поста.
11. Базис, Максимальное число функций в базисе. Примеры.
12. Релейно-контактные схемы.
13. Схемы из функциональных элементов.
14. Двоичный сумматор.
15. Минимальные ДНФ.
16. Импликанты. Простые импликанты. Теорема о них и минимальных ДНФ
17. Карты Карно для 3 и 4 переменных.
18. Алгоритм Блейка.
19. Алгоритм Куайна-МакКлоски.
20. Функция Патрика и ее роль.

### *Вопросы к коллоквиуму 2 в семестре 1.*

21. Понятие графа. Порядок графа, Степень вершины.
22. Подграф, объединение графов, пересечение графов, дизъюнктивная сумма графов.
23. Изоморфизм графов.
24. Маршрут, замкнутый маршрут, цепь, цикл.
25. Связность и компоненты связности.
26. Эйлеровы циклы и графы, Теорема Эйлера.
27. Симметрическая разность и ее свойства. Симметрическая разность для подграфов.
28. Деревья. Критерий быть деревом.
29. Стягивающее дерево. Фундаментальная система циклов.
30. Псевдоциклы. Теорема о разложении псевдоцикла.
31. Гамильтоновы циклы и графы.
32. 12 Планарные графы. Критерий планарности графа Мостовского-Понтрягина.
33. Планарные графы. Формула Эйлера для планарных графов.
34. Перестановки, размещения, сочетания без повторений.
35. Перестановки, размещения, сочетания с повторениями.
36. Треугольник Паскаля. Бином Ньютона.
37. Формула включения-исключения.
38. Задача о числе беспорядков.
39. Числа Стирлинга II-го рода.
40. Числа Стирлинга I-го рода.

### *Вопросы к коллоквиуму 1 в семестре 2.*

41. Схемы алфавитного кодирования. Разделимые схемы.
42. Неравенство Макмиллана.
43. Префиксные схемы и их разделимость.
44. Теорема о существовании префиксной схемы для длин, удовлетворяющих неравенству Макмиллана.
45. Цена кодирования. Оптимальное кодирование.
46. Алгоритм Хаффмена.
47. Алгоритм Фано.
48. Формальные грамматики. Вывод. Язык грамматики.
49. Классификация грамматик Хомского.
50. Язык Бэкуса-Наура.
51. Алгоритм избавления от бесполезных нетерминалов.
52. Понятие  $\epsilon$ -свободной КС-грамматики алгоритм приведения к  $\epsilon$ -свободной.
53. Алгоритм избавления от цепочных правил.
54. Нормальная форма Хомского и алгоритм приведения к нормальной форме Хомского.
55. Теорема о накачке КС-языков.

56. Регулярные грамматики языки и теорема о накачке для регулярных языков.

### **Вопросы к коллоквиуму 2 в семестре 2.**

57. Конечные автоматы. Автоматный язык. Автоматные и регулярные языки.
58. Конечные детерминированные автоматы. Алгоритм приведения.
59. Минимальный детерминированный автомат. Алгоритм построения.
60. Использование автоматов в программировании.
61. Конструктивные объекты. Классы конструктивных объектов.
62. Неформальное понятие алгоритма.
63. Машины Тьюринга. Тезис Черча.
64. Функции, вычислимые на машинах Тьюринга.
65. Правильная вычислимость на машинах Тьюринга.
66. Композиция машин Тьюринга.
67. Операторы суперпозиции, примитивной рекурсии и минимизации.
68. Частично рекурсивные функции и функции, вычислимые на машинах Тьюринга.
69. Нумерация машин Тьюринга.
70. Универсальная функция Клини и универсальная машина Тьюринга.
71. Проблема остановки для машин Тьюринга.
72. Рекурсивно перечислимые и рекурсивные множества.
73. Алгоритмически неразрешимые проблемы математики.

### **5.3 Вопросы к экзамену**

1. Булевы функции. Выразимость функций алгебры логики.
2. Полные системы булевых функций. Полнота  $\&, \vee, ' , '$
3. Замкнутые классы булевых функций. Замкнутость  $P_0, P_1, S, M, L$ .
4. Полиномы Жегалкина. Единственность представления полиномом.
5. Теорема Поста о полноте класса булевых функций.
6. Минимальные ДНФ. Импликанты. Простые импликанты. Теорема о простых импликантах.
7. Алгоритм Блейка. вычисления простых импликант. Обоснование.
8. Связность графов и компоненты связности. Деревья. Критерий быть деревом.
9. Эйлеровы циклы и графы. Теорема Эйлера.
10. Стягивающее дерево. Фундаментальная система циклов. Псевдоциклы. Теорема о разложении псевдоцикла.
11. Планарные графы. Формула Эйлера для планарных графов.
12. Перестановки, размещения, сочетания без повторов и с повторениями.
13. Бином Ньютона и формула включения-исключения.
14. Число беспорядков. Формула. Рекуррентные формулы для числа беспорядков.
15. Числа Стирлинга 2-го рода. Комбинаторный смысл. Рекуррентная формула.
16. Числа Стирлинга 1-го и 2-го рода как коэффициенты разложения соответствующих многочленов.
17. Алфавитное кодирование. Разделимые схемы. Префиксные схемы. Неравенство Макмиллана.
18. Существование префиксной схемы с теми же длинами при наличии разделимой.
19. Цена (средняя длина) кодирования. Понятие оптимального кодирования. Алгоритмы Хаффмена и Фано.
20. Доказательство справедливости алгоритма Хаффмена.
21. Алгоритм избавления от бесполезных нетерминалов в КС-грамматиках.
22. Понятие эпсилон-свободной КС-грамматики алгоритм приведения к эпсилон-свободной.
23. Алгоритм избавления от цепочных правил в КС-грамматиках.
24. Теорема о накачке КС-языков.
25. Теорема о накачке для регулярных языков.
26. Автоматный и регулярный языки.
27. Эквивалентность конечных автоматов детерминированным автоматам.
28. Теорема о минимальных детерминированных автоматах.
29. Регулярные выражения и теорема о языках, определяемых регулярными выражениями.
30. Нумерация машин Тьюринга. Универсальная функция Клини и универсальная машина Тьюринга.
31. Проблема остановки для машин Тьюринга.
32. Понятие сложности алгоритма. Примеры. Класс P.
33. Недетерминированные алгоритмы. Формализация с помощью недетерминированных машин Тьюринга.
34. Класс NP. Примеры. Основная проблема теории сложности. NP-полные задачи.